



Liga Zadaniowa, Edycja III, Seria 1, Zadania

Zadanie 311. Liczba naturalna a jest liczbą sześciocyfrową niepodzielną przez 10. Liczba b powstaje z liczby a przez przestawienie cyfry jedności na początek.

Dowieść, że liczba $a + 3b$ jest podzielna przez 13.

Zadanie 312. Udowodnić następującą cechę podzielności przez 3:

Liczba jest podzielna przez 3 wtedy i tylko wtedy, gdy suma sześcianów jej cyfr jest podzielna przez 3.

Zadanie 313. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzi równość

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \dots + (2n-1)^3 = \binom{2n^2}{2}.$$

Zadanie 314. W ciągu (a_n) pierwszy wyraz jest liczbą naturalną nie większą od 10^{10} , a każdy kolejny wyraz powstaje z poprzedniego przez dodanie podwojonej sumy cyfr.

Dowieść, że w ciągu (a_n) nie występuje liczba 10^{100} .

Zadanie 315. Liczby pierwsze p, q, r spełniają nierówności

$$p^3 < q^7, \quad p^2 < r^3.$$

Dowieść, że $p < qr$.

Do udziału w **Edycji III** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **pierwszego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UW – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 23 października 2012 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja III.

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych

Liga Zadaniowa, Edycja III, Seria 1, Zadania

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego