



Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 2, Zadania

Zadanie 421. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x) = \sqrt[6]{x^6 + 6}.$$

Udowodnić, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| < |x - y|.$$

Zadanie 422. Podać przykład takiego szeregu zbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach dodatnich, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n a_n = 2012.$$

Zadanie 423. Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^{3n}}{(n+1)^n \cdot (n+2)^{2n}}$$

albo wykazać, że granica nie istnieje.

Zadanie 424. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej $n > 1$ zachodzi nierówność

$$\sqrt[n]{\binom{n^2}{n}} < \frac{n^n}{(n-1)^{n-1}}.$$

Zadanie 425. Wyznaczyć kres dolny zbioru wszystkich liczb postaci

$$\frac{p^3 + 2q^3 + 3r^3}{pqr},$$

gdzie p, q, r przebiegają liczby całkowite dodatnie.

Do udziału w **Edycji IV** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UWr – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 6 listopada 2012 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja IV.

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych

Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 2, Zadania

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego