



## Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 4 (waga 2), Zadania

**Zadanie 441.** Wyznaczyć kresy zbioru  $\left\{ \frac{1}{2^n - 31^m} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ , gdzie  $\mathbb{N}$  oznacza zbiór liczb całkowitych dodatnich.

**Zadanie 442.** Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich  $x, y, z, t$  zachodzi nierówność

$$x^x \cdot y^y \cdot z^z \cdot t^t \geq (xyzt)^{(x+y+z+t)/4}.$$

**Zadanie 443.** Dowieść, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$  zachodzi nierówność

$$9 \cdot (3n)! \cdot (4n+1) \leq 10 \cdot (3^n \cdot n!)^3.$$

**Zadanie 444.** Dowieść, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$  zachodzi nierówność

$$9 \cdot (3n)! \cdot (4n+1) > \frac{39}{4} \cdot (3^n \cdot n!)^3.$$

**Zadanie 445.** Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$  spełniających warunki

$$\sum_{k=1}^9 x_k^2 = 1 \quad \text{oraz} \quad \sum_{k=1}^9 kx_k = 17$$

zachodzą nierówności

$$\frac{1}{11} < \sum_{k=1}^9 x_k^k < \frac{1}{10}.$$

Do udziału w **Edycji IV** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UWr – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 4 grudnia 2012 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

**Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja IV.**

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

**Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych**

*Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 4 (waga 2), Zadania*

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego