



Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 5 (waga 2), Zadania

Zadanie 451. Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{n^{3n}}.$$

Zadanie 452. Rozwiązać nierówność

$$\log_2 x > 512 \cdot \sqrt[1024]{x}$$

w liczbach rzeczywistych dodatnich x .

Zadanie 453. Udowodnić, że istnieje taki ciąg rosnący (a_n) o wyrazach całkowitych dodatnich, że ciągi $(\sin a_n)$, $(\sin \sqrt{a_n})$ oraz $(\sin \sqrt[3]{a_n})$ są zbieżne.

Zadanie 454. Interesują nas rozwiązania równania

$$n_1^{512} + n_2^{512} + n_3^{512} + \dots + n_{2012}^{512} = m^{512}$$

w liczbach całkowitych dodatnich $n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq \dots \leq n_{2012} < m < 10^{100}$.

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie rozwiązania nie istnieją,
- b) takie rozwiązania istnieją, ale jest ich mniej niż 10^{100} ,
- c) istnieje co najmniej 10^{100} takich rozwiązań.

Zadanie 455. Wybrać odpowiednią liczbę rzeczywistą k , a następnie udowodnić poniższe twierdzenie:

Dla dowolnego malejącego ciągu (a_n) zbieżnego do 0, szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny wtedy

i tylko wtedy, gdy zbieżny jest szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^k a_n$.

Do udziału w **Edycji IV** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UWr – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 18 grudnia 2012 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja IV.

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych

Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 5 (waga 2), Zadania

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego