



## Liga Zadaniowa, Edycja IV, Seria 6 (waga 3), Zadania

**Zadanie 461.** Interesują nas rozwiązania równania

$$m^{m^{2012}} = n^{n^k}$$

w liczbach naturalnych  $m, n, k$  większych od 2012.

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie rozwiązania nie istnieją,
- b) takie rozwiązania istnieją, ale jest ich skończenie wiele,
- c) takich rozwiązań jest nieskończenie wiele.

**PRZYPOMNIENIE:** Potęgowanie wykonujemy **od góry**:  $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ .

**Zadanie 462.** Interesują nas pary liczb całkowitych dodatnich  $(m, n)$  o następującej własności: Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $k$ , jeżeli liczba  $k$  jest podzielna przez  $m$  i jest podzielna przez  $n$ , to jest także podzielna przez  $m + n$ .

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie pary nie istnieją,
- b) takie pary istnieją, ale jest ich skończenie wiele,
- c) takich par jest nieskończenie wiele.

**Zadanie 463.** Interesują nas takie trójki liczb całkowitych dodatnich  $(p, q, r)$ , że  $\text{NWD}(p, q, r) = 1$ , a ponadto spełniona jest następująca własność:

Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$ , jeżeli liczba  $n$  jest podzielna przez  $p$ , jest podzielna przez  $q$  i jest podzielna przez  $r$ , to jest także podzielna przez  $p + q + r$ .

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie trójki nie istnieją,
- b) takie trójki istnieją, ale jest ich skończenie wiele,
- c) takich trójek jest nieskończenie wiele.

**Zadanie 464.** Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{(2n+3)!!},$$

gdzie  $k!! = k \cdot (k-2) \cdot (k-4) \cdot (k-6) \cdot \dots$  jest iloczynem wszystkich liczb całkowitych dodatnich nie większych od  $k$  i będących tej samej parzystości, co  $k$ .

**Zadanie 465.** Udowodnić, że istnieje taki ciąg rosnący  $(a_n)$  o wyrazach całkowitych dodatnich, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej  $k$ , ciąg  $(\sin \sqrt[k]{a_n})$  jest zbieżny.

Do udziału w **Edycji IV** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UWr – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 15 stycznia 2013 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

**Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja IV.**

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Uniwersytet  
Wrocławski

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



---

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem  
**Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych**