



Liga Zadaniowa, Edycja V, Seria 3, Zadania

Zadanie 531. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość wyrażenia $\prod_{k=2}^{2013} \log_k n_k$, gdzie $(n_2, n_3, n_4, \dots, n_{2013})$ przebiega wszystkie permutacje zbioru $\{2, 3, 4, \dots, 2013\}$.

Zadanie 532. Obliczyć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}$.

Zadanie 533. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych nieujemnych a, b, c, d spełniających warunek $a + b + c + d = 1$, zachodzi nierówność

$$\sqrt{1+a^2+b^2+c^2+d^2-2a} + \sqrt{1+a^2+b^2+c^2+d^2-2b} + \sqrt{1+a^2+b^2+c^2+d^2-2c} + \sqrt{1+a^2+b^2+c^2+d^2-2d} \geq 2\sqrt{3}.$$

Zadanie 534. Interesują nas rozwiązania równania $13 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+2}$ w liczbach całkowitych nieujemnych n, k spełniających nierówność $k+2 \leq n$.

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie rozwiązania nie istnieją,
- b) takie rozwiązania istnieją, ale jest ich skończenie wiele,
- c) takich rozwiązań jest nieskończenie wiele.

Zadanie 535. Interesują nas rozwiązania równania $100 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+2}$ w liczbach całkowitych nieujemnych n, k spełniających nierówność $k+2 \leq n$.

Rozstrzygnąć, czy:

- a) takie rozwiązania nie istnieją,
- b) takie rozwiązania istnieją, ale jest ich skończenie wiele,
- c) takich rozwiązań jest nieskończenie wiele.

Do udziału w **Edycji V** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UW – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 9 kwietnia 2013 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja V.

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych

Liga Zadaniowa, Edycja V, Seria 3, Zadania

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego