



Liga Zadaniowa, Edycja V, Seria 4 (waga 2), Zadania

Zadanie 541. Dowieść, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$2^{1025} \cdot n \leq 2^n + 2^{1035}.$$

Zadanie 542. Rozstrzygnąć, czy suma szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2013n}$$

jest liczbą wymierną czy niewymierną.

Zadanie 543. Dany jest taki wielomian $W(x)$ stopnia 2^{16} o współczynnikach rzeczywistych, że $W(n) = 2^n$ dla $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 2^{16}$. Rozstrzygnąć, czy istnieje taka liczba naturalna $m > 2^{16}$, że $W(m)$ jest potęgą dwójki o wykładniku całkowitym dodatnim.

Zadanie 544. Dowieść, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n liczba $2553^n - 64$ jest złożona.

Zadanie 545. Dowieść, że dla dowolnej liczby pierwszej p dającej przy dzieleniu przez 8 resztę 1, istnieją takie liczby całkowite dodatnie a, b , że liczba $a^4 + b^4$ jest podzielna przez p i mniejsza od $2p^2$.

Do udziału w **Edycji V** uprawnieni są **wyłącznie** studenci **drugiego semestru** studiów na kierunku matematyka, którzy podpisali deklarację uczestnictwa w projekcie „**Matematyka na UW – studia pełne możliwości**”.

Rozwiązania zadań należy składać do **wtorku 23 kwietnia 2013 r. do godz. 12:00**.

Każdą oddawaną kartkę należy opatrzyć nagłówkiem:

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych, Edycja V.

Na jednej kartce nie wolno łączyć rozwiązań różnych zadań. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem zawodnika oraz numerem zadania. W przypadku rozwiązania zadania zajmującego więcej niż jedną kartkę, kartki należy ponumerować, a na kartce nr 1 podać liczbę kartek składających się na rozwiązanie zadania.

Rozwiązanie powinno zawierać nie tylko odpowiedź na zadane pytanie, ale również dowód jej poprawności.

Prace zanosimy na portiernię i prosimy portiera o włożenie do pudła z napisem

Liga Zadaniowa Studiów Zamawianych